Э. Н. Самойлова (Казань)

ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается сингулярное интегро–дифференциальное уравнение

$$K\varphi \equiv \varphi'(t) + a(t)\varphi(t) + \frac{b(t)}{\pi}\int_{-1}^{+1}\frac{\varphi(\tau)\,d\tau}{\tau - t} = f(t), -1 \le t < 1, \quad (1)$$

при условии

$$\varphi(-1) = 0; \quad a, b, f \in C[-1,1], \quad (2)$$

где $\varphi(u)$ — искомая функция из пространства Соболева $\overset{0}{W}{}_2^1[-1,1] \equiv X$ с обычной нормой. Задача (1) — (2) решается методом ортогональных многочленов. Приближенное решение ищется в виде многочлена

$$\varphi_n(t) = \sum_{k=0}^{n}\alpha_k t^k = \sum_{i=0}^{n}\beta_i Q_i(t), \quad -1 \le t \le 1, \quad (3)$$

где α_k и β_i — неизвестные постоянные, а $Q_n(t)$ — ортогональные многочлены Лежандра. Эти коэффициенты (а, следовательно, многочлен $\varphi_n(t)$) определяются методом Галеркина из системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$\sum_{i=0}^{n}\beta_i(KQ_i, Q_{j-1}) = (f, Q_{j-1}), \quad j = \overline{1,n}, \quad \sum_{i=0}^{n}\beta_i Q_i(-1) = 0, \quad (4)$$

где (φ, ψ) — скалярное произведение в пространстве $L_2(-1,1) \equiv Y$.

С помощью результатов гл. 1 и 4 монографии [1] доказана следующая

Теорема. *Если задача* (1) — (2) *однозначно разрешима в пространстве* X *при любой правой части из пространства* Y, *то при всех* $n \in \mathbb{N}$, *начиная с некоторого, СЛАУ* (4) *также однозначно разрешима. Приближенные решения* (3) *сходятся к точному решению* $\varphi^*(t)$ *задачи* (1) — (2) *в пространстве* X *со* *скоростью*

$$\|\varphi^*(t) - \varphi_n(t)\|_X = O\left\{E_n\left(\frac{d\varphi^*(t)}{dt}\right)_Y\right\}; \tag{5}$$

где $E_n(\psi)_Y$ — наилучшее приближение функции $\psi \in L_2$ всевозможными алгебраическими многочленами степени не выше n в пространстве L_2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габдулхаев Б. Г. *Оптимальные аппроксимации решений линейных задач.* – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1980. - 232 с.

В. В. Сильвестров (Чебоксары)

ПРИМЕНЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ РИМАНА НА РИМАНОВЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ В МЕХАНИКЕ РАЗРУШЕНИЯ

Идея применения краевой задачи Римана на римановых поверхностях для решения задач теории упругости, гидромеханики и других разделов механики сплошной среды заложена в работах Л.И.Чибриковой (1967), Э.И.Зверовича (1971). В теории упругости этот метод в сочетании с методом симметрии применялся в основном к задачам в однородных средах. При этом исследования задач ограничивались их разрешимостью в рамках теории функций; вопросы механики разрушения не затрагивались.

Нами рассматриваются вопросы применения краевой задачи Римана на римановых поверхностях для решения в замкнутой аналитической форме задач теории упругости и механики разрушения для кусочно-однородных сред с трещинами и включениями на линии раздела сред при наличии на их продолжениях линий скольжения Комниноу и пластических линий Дагдейля. При этом упор делается на решение вопросов, связанных с распределением напряжений вблизи критических к разрушению точек, получением аналитических формул для параметров разрушения и нахождением неизвестных заранее геометрических параметров